

文章编号 1004-924X(2009)07-1609-06

不同杨氏模量对复合材料储能飞轮应力及位移影响之比较

李 成¹, 万志超², 郑艳萍¹, 铁 瑛¹

(1. 郑州大学 机械工程学院, 河南 郑州 450001; 2. 漯河医学高等专科学校, 河南 漯河 462002)

摘要:对不同杨氏模量对复合材料飞轮的应力、位移分布的影响进行了研究。结合复合材料飞轮转子的结构特点, 根据非均质各向异性弹性理论建立计算模型, 得到飞轮在工作转速情况下应力和位移计算的解析公式, 给出了任一点的径向、环向应力及径向位移。按照所建立的计算模型, 讨论了具有不同杨氏模量的复合材料对径向、环向应力和径向位移的影响, 仿真分析了复合材料飞轮转子在不同边界条件、几何参数情况下的应力和位移。结果表明: 随着角速度从 0 增大到 5 000 rad/s, 径向应力、环向应力和径向位移都增大; 两种材料径向应力的最大值都出现在飞轮的外缘, 最大环向应力都出现在飞轮的内侧; 高杨氏模量($E_r=100$ GPa, $E_\theta=350$ GPa)时的径向和环向应力都要大于低杨氏模量时($E_r=20$ GPa, $E_\theta=150$ GPa)的情况, 而位移则是在低杨氏模量的情况下较大。

关键词: 复合材料; 储能飞轮; 杨氏模量; 应力; 位移

中图分类号: TH133.7 **文献标识码:** A

Comparison of effects of different young's moduli on stress and displacement of composite flywheel

LI Cheng¹, WAN Zhi-chao², ZHENG Yan-ping¹, TIE Ying¹

(1. School of Mechanical Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China;
2. Luohe Medical College, Luohe 462002, China)

Abstract: The influences of different Young's moduli on the distribution of the stress and displacement of a composite flywheel was investigated in this paper. According to the heterogeneous anisotropy elastic theory and design features of the flywheel, the computation formulas for the stress and displacement of the composite flywheel were established at working speeds, and the radial stress, circumferential stress and radial displacement at an arbitrary point were presented. Then, based on the computation models above, the influences of different positions and rotational speeds on the radial stress, circumferential stress and radial displacement were discussed. It is concluded that the radial stress, circumferential stress and radial displacement all increase with increasing of angular velocity from 0 to 5 000 rad/s. The maximal radial stresses of two kinds of materials all occur at the exterior margin of flywheel and the maximal circumferential stresses occur at the inner margin of flywheel. Moreover, under the situation of high Young's moduli ($E_r=100$ GPa, $E_\theta=350$ GPa), radial and circumferential stresses are all higher than that of low Young's moduli ($E_r=20$ GPa, $E_\theta=150$ GPa), whereas, the dis-

收稿日期: 2008-06-27; 修订日期: 2008-09-27.

基金项目: 教育部留学回国人员科研启动基金资助项目 (No. 200724); 河南省重点科技攻关资助项目 (No. 072102260023)

placement shows an opposite change.

Key words: composite material; flywheel for energy storage; Young's Modulus; stress; displacement

1 引言

飞轮储能技术是一种具有广泛应用前景的先进技术,大多数飞轮都是采用高强度、低密度的碳纤维和玻璃纤维复合材料制作的。采用复合材料制作飞轮有许多优点,例如,利用复合材料密度小、比模量大的^[1]特点来减轻质量,增加旋转速度,以达到增加储能密度的目的。值得注意的是,复合材料飞轮虽然质量轻,强度高,但在工作时也会在提高转速的同时,增加飞轮的惯性力,从而破坏转子结构和材料的性能^[3]。因此,虽然提高转子的转速,增加飞轮的储能密度一直是国内外广大研究者的目标,但是对由于转子转速的增大,对整个结构的强度造成的影响也不可忽视。因此,在一定转速下,对飞轮的应力分布进行分析、计算是非常重要的^[4]。

由均质材料所构成的转子的应力分布问题已有较成熟的解析分析方法,而对于复合材料飞轮的解析分析研究还不够深入。现在,在实际工程中主要是用半解析解法或有限元法对这一类问题进行求解^[5-9],但是半解析解法仅局限于一些特定的边界条件,并不具有普遍性。文献[10]对这一领域进行了非常有益的探索,取得了一定的成果,但仅给出了某些方面的结果,尚未全面地讨论角速度以及位置的变化对应力和位移带来的影响,而且所采用的计算手段限制了该方法在工程上进一步的应用。文献[11]对复合材料储能飞轮在工作转速下的应力、位移进行了分析,但其边界条件为飞轮内外两侧均无外力作用,没有考虑飞轮的某一侧有惯性力作用时的情况。

为了得到准确分析复合材料飞轮的一般性方法,本文以各向异性弹性理论为基础建立计算模型,采用包含待定系数的应力函数对整个飞轮结构进行了较为全面的研究,对高速转动时所产生的惯性力对转子结构的破坏进行了分析。文中考

虑飞轮内侧无外力作用,而外侧有因转动产生的惯性力作用,而这个惯性力对飞轮整体的应力、位移分布有很大的影响,得到了这种边界条件下的应力及位移的解析解,并且用所得到的应力、位移表达式对不同的位置在不同的转速时对应力、位移的影响进行了分析、评价。在考虑惯性力影响时,分别对两种材料的飞轮结构的不同位置在一定的转速时的情况进行了计算,并且对具有不同杨氏模量的复合材料飞轮进行了全面的分析和比较,对复合材料飞轮转子在不同边界条件、几何参数情况下的应力和位移进行了仿真计算分析,为合理选择材料、优化飞轮转子结构提供理论依据。

2 正交各向异性轴对称问题

在空间问题中,如果弹性体的几何形状、约束情况以及所受的外来因素都对称于某一轴,则所有的应力、形变和位移也就对称于这个轴,这就是轴对称问题。一个以中心为极点的圆柱型正交各向异性的复合材料飞轮如图 1 所示。

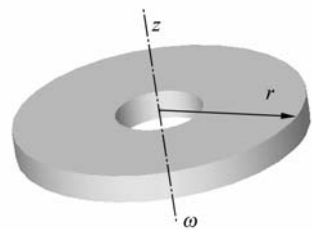


图 1 正交各向异性飞轮

Fig. 1 Orthotropic flywheel

设 ω 为角速度, z 为转动轴,对于如图 1 所示的结构可以用平面问题来处理。在极坐标情况下的平衡方程是

$$\begin{cases} \frac{\partial(\sigma_r - U)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = -\frac{\partial U}{\partial r} \\ \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(\sigma_\theta - U)}{\partial \theta} + \frac{2\tau_{r\theta}}{r} = -\frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial \theta} \end{cases} \quad (1)$$

式中, U 为势能函数; r, θ 为极坐标; $\sigma_r, \sigma_\theta, \tau_{r\theta}$ 分别为径向应力、环向应力及剪应力。

轴对称问题的几何方程是

$$\begin{cases} \epsilon_r = \frac{\partial u_r}{\partial r} \\ \epsilon_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r} \\ \gamma_{r\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} \end{cases}, \quad (2)$$

式中 $\epsilon_r, \epsilon_\theta, \gamma_{r\theta}$ 分别是径向应变、环向应变及剪应变; u_r, u_θ 是径向位移和环向位移。

对于本文所研究的正交各向异性材料,其胡克定律为:

$$\begin{bmatrix} \epsilon_r \\ \epsilon_\theta \\ \gamma_{r\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_r & -\nu_{\theta r}/E_r & 0 \\ 0 & 1/E_\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1/G_{r\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \tau_{r\theta} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

式中 E_r, E_θ 是径向和环向的杨氏模量; $\nu_{\theta r}$ 是泊松系数; $G_{r\theta}$ 为剪切模量。

由平衡、几何及物理方程可以得到变形协调方程:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} - r \frac{\partial}{\partial r} \right) \epsilon_r + r \frac{\partial^2 \epsilon_\theta}{\partial r^2} - \frac{\partial^2 \gamma_{r\theta}}{\partial r \partial \theta} = 0. \quad (4)$$

以往的研究表明,对于这类轴对称问题,应力场和位移场可以借助只与距离有关并满足以上方程的应力函数来描述^[12]

$$F = A + Cr^{1+k} + Dr^{1-k} + \frac{1}{8} \frac{\rho \omega^2}{9-k^2} \times (3-k^2 - 2\nu_{\theta r}) r^4, \quad (5)$$

式中 A, C, D 是常数,通过边界条件确定 $k = \sqrt{E_\theta/E_r}$, ρ 是材料密度, r 描述一点到圆心的距离。

由式(1)、(4),并考虑式(5),可以得到描述正交各向异性材料飞轮应力场和位移场的一般表达式,以上为复合材料飞轮的一般分析过程。

3 正交各向异性材料飞轮应力场和位移场计算

要具体地对飞轮的应力场和位移场进行计算,首先要通过边界条件来确定应力函数(5)中的常数 C, D 。

当飞轮内侧无外荷载作用,但外侧有因转动而产生的惯性力 q 作用时,边界条件为:

$$\sigma_r(r=r_1, \omega) = 0, \sigma_r(r=r_2, \omega) = q,$$

式中 r_1, r_2 分别为飞轮的内径和外径。通过上述

已知的边界条件很容易确定常数 C, D 。具体计算过程这里不再赘述。综合以上分析,可以得到飞轮在工作转速情况下径向、环向的应力分布及径向位移

$$\begin{aligned} \sigma_r &= -0.272 1 r^2 \omega^2 - 1.632 5 \times 10^{-4} r^{-1} \sqrt{\frac{r}{2}} \omega^2 + \\ &\quad 0.086 1 r^{-1} + \sqrt{\frac{r}{2}} \omega^2, \\ \sigma_\theta &= -0.366 1 r^2 \omega^2 + 3.054 1 \times 10^{-4} r^{-1} \sqrt{\frac{r}{2}} \omega^2 + \\ &\quad 0.161 r^{-1} + \sqrt{\frac{r}{2}} \omega^2, \\ u_r &= \frac{1}{350} (-0.277 7 r^2 \omega^2 + 3.584 6 \times 10^{-4} r^{-1} \sqrt{\frac{r}{2}} \omega^2 + \\ &\quad 0.133 1 r \sqrt{\frac{r}{2}} \omega^2). \end{aligned}$$

首先选用材料 A 进行计算,给定材料系数: $\rho = 0.45$; $r_1 = 0.25$ m, $r_2 = 0.35$ m, $\nu_{\theta r} = 0.325$; $E_r = 100$ GPa, $E_\theta = 350$ GPa。

根据以上分析,可以得到整个飞轮应力及位移分布精确的解析解。文中所有的计算和应力分布图的形成都在软件 Mathematica 里完成。由解析表达式可得应力及位移分布分别如图 2,图 3,图 4。

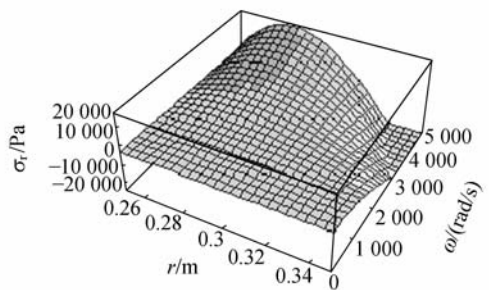


图 2 复合材料飞轮在工作转速下的径向应力分布
Fig. 2 Radial stress distribution of composite flywheel at working speed

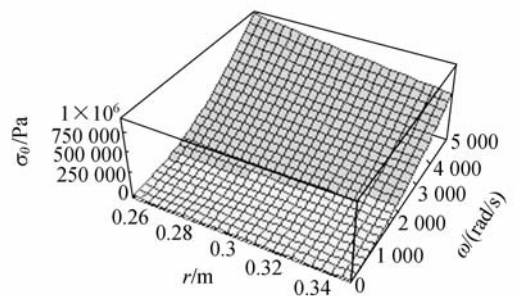


图 3 复合材料飞轮在工作转速下的环向应力分布
Fig. 3 Circumferential stress distribution of composite flywheel at working speed

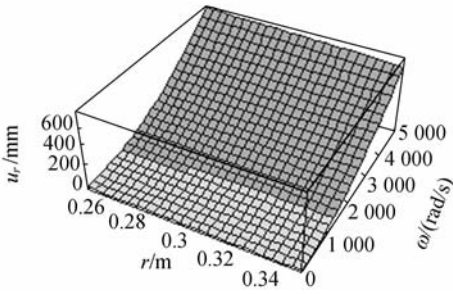


图 4 复合材料飞轮在工作转速下的径向位移分布
Fig. 4 Radial displacement distribution of composite material flywheel at working speed

由图 2,图 3 可以看出,飞轮内侧不受力,是自由边界,所以应力为 0。而飞轮外侧受到因转动而产生的惯性力 q 的作用,因此径向应力在板的外侧最大,环向应力在板的内侧最大。当角速度 ω 从 0 增大到 5000 rad/s 时,径向应力和环向应力都增大。因为没有受到其他外力作用,当 $\omega = 0$ 时,各点径向应力和环向应力都等于 0。

由图 4 可见,当角速度 ω 从 0 增大到 5000 rad/s 时,飞轮上各点的径向位移是增大的,当 $\omega = 0$ 时,各点位移也等于 0。

下面再选用材料 B,工程常数为:材料密度 $\rho = 0.25$; $r_1 = 0.25$ m, $r_2 = 0.35$ m, $\nu_{br} = 0.3$; $E_r = 20$ GPa, $E_\theta = 150$ GPa。将工程常数带入上边所得到的飞轮在工作转速情况下径向、环向应力及径向位移表达式中,可以很容易得到在这种材料下的应力及位移。篇幅所限,应力及位移分布图这里不再单独列出。

4 两种材料下飞轮应力场和位移场比较

杨氏模量对复合材料飞轮的应力、位移分布有着相当大的影响。对其进行分析、比较,可为材料、结构的优化提供重要参考依据。由以上计算结果,比较了在两种材料下的应力及位移。在一定的转速条件下,如 $\omega = 1\ 000$ rad/s 时,两种材料下复合材料飞轮的径向、环向应力分布及径向位移在以下 3 个图中给出,图 5,图 6,图 7 清楚地表明了转速一定($\omega = 1\ 000$ rad/s)时,两种材料下整个飞轮径向、环向应力及径向位移沿着半径

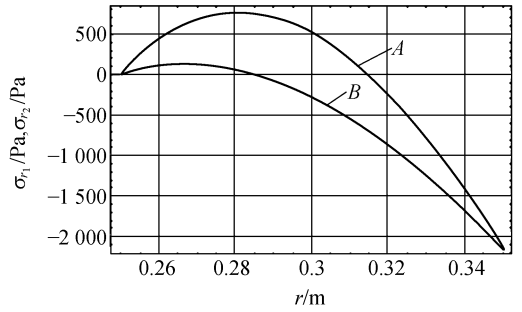


图 5 转速 $\omega = 1\ 000$ rad/s 时两种材料下复合材料飞轮的径向应力分布
Fig. 5 Radial stress distribution of composite flywheel in two different materials at rotational speed of 1 000 rad/s

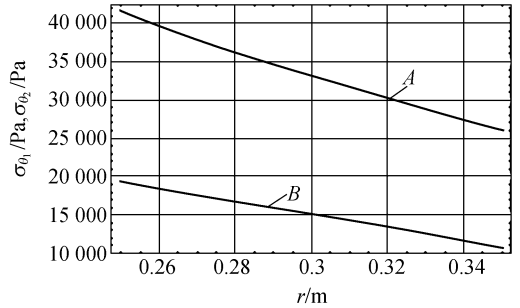


图 6 转速 $\omega = 1\ 000$ rad/s 时两种材料下复合材料飞轮的环向应力分布
Fig. 6 Circumferential stress distribution of composite flywheel in two different materials at rotational speed of 1 000 rad/s

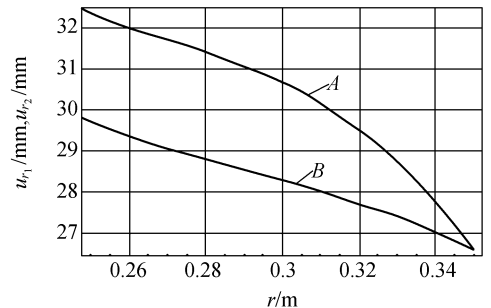


图 7 转速 $\omega = 1\ 000$ rad/s 时两种材料下复合材料飞轮的径向位移分布
Fig. 7 Radial displacement distribution of composite flywheel in two different materials at rotational speed of 1 000 rad/s

$r=0.25\text{ m}\rightarrow 0.35\text{ m}$ 的变化情况。图中两条线分别描述材料 A 和材料 B 的应力及位移分布。两种材料径向应力的最大值都出现在飞轮的外缘 $r=0.35\text{ m}$ 处,最大环向应力和最大位移都出现在飞轮的内侧。比较两种材料所得结果可以看出,高杨氏模量时的径向和环向应力都要大于低杨氏模量的情况,而位移的情况正好相反,材料 B 的位移较大。

5 结 论

本文得出了复合材料飞轮结构应力和位移的解析解法。文中所用到的复合材料飞轮在工作转速下的应力、位移分析的解析法是建立在各向异性弹性理论以及空间回转体应用的基础上的。对

给定外形尺寸并采用纤维增强的复合材料飞轮转子进行了解析计算,为解决飞轮转子因高速旋转而发生材料断裂破坏的问题提供了理论依据。根据复合材料飞轮转子的结构特点,采用 Mathematica 处理软件对飞轮转子进行了全面的应力、位移分析,得出结论:(1)随着角速度的增大,径向应力、环向应力和径向位移都增大;(2)两种材料径向应力的最大值都出现在飞轮的外缘,最大环向应力都出现在飞轮的内侧;(3)高杨氏模量时的径向和环向应力都要大于低杨氏模量的情况,而位移则是在低杨氏模量的情况下较大。文中对两种材料下飞轮结构的不同位置在转速 $\omega=1\ 000\text{ rad/s}$ 时的情况进行了计算,并对不同杨氏模量时的应力、位移进行了比较,其分析结果可为飞轮的设计制造提供重要的参考。

参考文献:

- [1] JEROME T, RYAN E, PAUL M. Composite flywheels for energy storage[J]. *Composites Science and Technology*, 2006, 66: 2520-2627.
- [2] 宫能平, 夏源明, 毛天祥. 复合材料飞轮的三维应力分析[J]. 复合材料学报, 2002, 19(1): 113-116.
GONG N P, XIA Y M, MAO T X. Design of composite flywheel structure and its stress analysis[J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2002, 19(1): 113-116. (in Chinese)
- [3] 李雯, 张力. 复合材料飞轮的应力分析[J]. 汽车技术, 2004(5): 29-32.
LI W, ZHANG L. Stress analysis of composite material flywheels[J]. *Automobile Technology*, 2004(5): 29-32. (in Chinese)
- [4] 杨鼎宁, 邹经湘. 储能飞轮过盈/脱落过程研究[J]. 机械工程学报, 2003, 39(4): 145-150.
YANG D N, ZOU J X. Study on interference fit and separation process of flywheel for energy storage[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2003, 39(4): 145-150. (in Chinese)
- [5] WANG L, REN X J, SHATIL G. Assessment of fatigue and fracture strength of transportation energy storage flywheel using finite element simulation[J]. *Structures and Materials*, 2003(12): 235-244.
- [6] 刘怀喜, 赵程, 张恒. 复合材料飞轮断裂与损伤的研究[J]. 机械强度, 2005, 27(5): 714-718.
LIU H X, ZHAO C, ZHANG H. Research of fracture and damage on the composite flywheel[J]. *Journal of Mechanical Strength*, 2005, 27(5): 714-718. (in Chinese)
- [7] 杨橙, 马力, 王仲范. 汽车飞轮电池中高速复合材料飞轮的有限元分析[J]. 武汉理工大学学报, 2002, 24(2): 112-115.
YANG C, MA L, WANG Z F. Finite element Analysis of composite material flywheels with high speed in electric vehicle flywheel batteries[J]. *Journal of Wuhan University of Technology*, 2002, 24(2): 112-115. (in Chinese)
- [8] 秦勇, 夏源明, 毛天祥. 纤维束张紧力缠绕复合材料飞轮初应力的三维数值分析[J]. 复合材料学报, 2005, 22(4): 149-155.
QIN Y, XIA Y M, MAO T X. 3D numerical analysis of initial stress of composite flywheel fabricated by filament tension winding[J]. *Acta Materiae Compositae Sinica*, 2005, 22(4): 149-155. (In Chinese)
- [9] ANDREW C, CHARLES E. Optimal design of press-fitted filament wound composite flywheel rotors[J]. *Composite Structures*, 2006, 72: 47-57.
- [10] XU X L, YU Z W. Failure analysis of diesel engine flywheel ring-gears[J]. *Engineering Failure Analysis*, 2005(12): 25-34.
- [11] ARNOLD S, SALEEB A. Deformation and life a-

analysis of composite flywheel disk systems [J].
Composites: Part B 33, 2002: 433-459.

gaben zur mathematischen Elastizitätstheorie [M].
München: Carl Hanser Verlag, 1971.

[12] MÜCHELISCHWILI N L. *Einige Grundauf-*

作者简介:



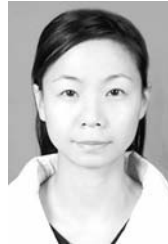
李 成(1962—),男,新疆乌鲁木齐人,博士,教授,1997年于德国 Darmstadt 工业大学获硕士学位,2003年于德国国家宇航研究院获博士学位,主要从事固体力学、复合材料结构强度方面的研究。E-mail:chengli@zzu.edu.cn



郑艳萍(1975—),女,硕士,讲师,河南平顶山人,2000年于河南科技大学获硕士学位,主要从事复合材料结构强度的研究。E-mail:zhengyanping@zzu.edu.cn



万志超(1963—),男,硕士,副教授,1997年于河南大学获硕士学位,主要从事应用数学研究和高等数学的教学工作。E-mail:wzc1073@163.com



铁 瑛(1978—),女,河南洛阳人,博士,讲师,2003年于河南理工大学获硕士学位,2006年于上海交通大学获博士学位,主要从事机构强度方面的研究。E-mail:tieying@zzu.edu.cn

●下期预告

环形腔全光纤 F-P 干涉仪的声发射检测实验

梁艺军,刘俊锋,张巧萍,樊晨光,吴 雷

(哈尔滨工程大学 理学院 光子科学与技术研究中心,黑龙江 哈尔滨 150001)

为了实现固体材料内部声发射信号的检测,提出了一种新型结构的全光纤 F-P 干涉仪。选用 2×2 光纤耦合器,将耦合器的一个入射端与一个出射端焊接相连,以耦合器代替传统的反射腔面,构成光纤环形传输腔,腔体贴附或埋入待测固体中检测声发射信号。通过理论推导和计算机仿真,确定了此结构光纤传感器的检测特性。实验以大理石板作为待测介质,对利用信号发生器驱动 PZT(压电陶瓷)作为已知超声源在大理石板中产生的连续型声发射信号,及冲击波作用下大理石板中产生的突发型声发射信号进行了检测,并利用 Fourier 变换,得到了声发射信号的特征频率。实验结果表明,此种结构传感器能够检测材料结构中促使光纤轴向伸缩长度的量级为 10^{-8} m 的声发射信号并识别其特征频率。该结构光纤传感器无需光程的匹配,适用于大尺度构件的监测,为材料结构健康检测与监控提供了一种新的方法。